Exercices : Travail et énergie cinétique

p 106 n° 7 :

a- Une bille lâchée sans vitesse initiale décrit une trajectoire rectiligne verticale.
Dans le cas de la chute libre, on a : $v^2 - v_0^2 = 2\,g\,h$.
Valeur de la vitesse à l'impact au sol : $v = \sqrt{(2\,g\,h)} = \sqrt{(2 \times 9{,}8 \times 15{,}0)} = 17{,}1\ \text{m.s}^{-1}$
La variation de son énergie cinétique vaut :
$\Delta E_c = E_{c,sol} - E_{c,initiale} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \times 2\,gh = mgh$ (on aurait aussi pu trouver cette relation en utilisant le théorème de l'énergie cinétique)
$\Delta E_c = 40{,}0 .10^{-3} \times 9{,}8 \times 15{,}0 = 5{,}88\ \text{J}$

b- La valeur de la vitesse est indépendante de la masse dans le cas d'un mouvement de chute libre d'où $v = 17{,}1\ \text{m.s}^{-1}$
Variation de l'énergie cinétique : $\Delta E_c = m'\,gh = 80{,}0 .10^{-3} \times 9{,}8 \times 15{,}0 = 11{,}8\ \text{J}$
La variation d'énergie cinétique lors d'une chute libre est proportionnelle à la masse.

p 106 n° 8 :

a- Un fragment de roche lunaire lâché sur la lune est en chute libre car il n'est soumis qu'à une seule force: l'attraction de la Lune.
b- Dans le cas de la chute libre, on a : $v^2 - v_0^2 = 2\,g\,h$.
Valeur de la vitesse à l'impact au sol : $v = \sqrt{(2\,g_L\,h)} = \sqrt{(2 \times 1{,}6 \times 2{,}50)} = 2{,}83\ \text{m.s}^{-1}$
c- $E_{c,sol} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \times 2\,g_L h = m g_L h = 150.10^{-3} \times 1{,}6 \times 2{,}50 = 0{,}60\ \text{J}$
d- $h' = \frac{E_{c,\,sol}}{m g_T} = \frac{0{,}60}{150.10^{-3} \times 9{,}8} = 0{,}41\ \text{m}$
Sur Terre, la même pierre devrait être lâchée à une hauteur de 0,41 m du sol pour atteindre le sol avec la même vitesse que si elle était lâchée sur la Lune à 2,50 m du sol.

p 106 n° 9 :

a- Dans le cas de la chute libre, on a : $v^2 - v_0^2 = 2\,g\,h$.
On suppose que la vitesse initiale est nulle. D'où : $v = \sqrt{(2\,g\,h)}$
b- $H = \frac{v_B^2 - v_A^2}{2\,g} = \frac{16{,}6^2 - 14{,}3^2}{2 \times 9{,}8} = 3{,}63\ \text{m}$ La hauteur d'un étage de l'immeuble est 3,63 m.
c- $h_A = \frac{v_A^2 - v_0^2}{2\,g} = \frac{14{,}3^2}{2 \times 9{,}8} = 10{,}4\ \text{m}$; or $\frac{10{,}4}{3{,}63} \approx 2{,}9$ Donc le point A est au 3ème étage.
$h_B = \frac{v_B^2 - v_0^2}{2\,g} = \frac{16{,}6^2}{2 \times 9{,}8} = 14{,}1\ \text{m}$; or $\frac{14{,}1}{3{,}63} \approx 3{,}9$ Donc le point B est au 4ème étage.

p 107 n° 11 :

a- Energie cinétique de la balle : $E_c = \frac{1}{2} m v^2 = 0{,}5 \times 58{,}0.10^{-3} \times \left(\frac{228 \times 10^3}{3600}\right)^2 = 11{,}6\ \text{J}$
b- Si quelqu'un reçoit cette balle sur la tête, la balle est très fortement ralentie, l'énergie cinétique ainsi libérée est transférée à la personne au moment du choc.

p 107 n° 12 :

$E_{c\ électron} = \frac{1}{2} m v^2 = 0{,}5 \times 9{,}1.10^{-31} \times \left(1{,}6.10^4 \times 10^3\right)^2 = 1{,}2.10^{-16}\ \text{J}$
$E_{c\ proton} = \frac{1}{2} m v^2 = 0{,}5 \times 1{,}67.10^{-27} \times \left(2{,}0.10^5 \times 10^3\right)^2 = 3{,}3.10^{-11}\ \text{J}$
$E_{c\ automobile} = \frac{1}{2} m v^2 = 0{,}5 \times 800 \times \left(\frac{126 \times 10^3}{3600}\right)^2 = 4{,}9.10^5\ \text{J}$
$E_{c\ pétrolier} = \frac{1}{2} m v^2 = 0{,}5 \times 5{,}0.10^5 \times \left(\frac{10 \times 1852}{3600}\right)^2 = 6{,}6.10^5\ \text{J}$

p 107 n° 13 :

a- On peut calculer la vitesse du projectile en utilisant sa vitesse angulaire en rad/s et le rayon de la trajectoire.
$v = l\,\omega = 60.10^{-2} \times 3{,}0 \times 2\,\pi \approx 11{,}3\ \text{m.s}^{-1}$
b- L'énergie cinétique de la pierre est : $E_c = \frac{1}{2} m v^2 = 0{,}5 \times 10.10^{-3} \times 11{,}3^2 = 0{,}64\ \text{J}$
c- L'énergie cinétique est proportionnelle au carré de la vitesse. Donc la vitesse est proportionnelle à la racine carré de l'énergie cinétique. Si on veut doubler la valeur de l'énergie cinétique, il faut multiplier la vitesse par $\sqrt{2} \approx 1{,}414$

p 107 n° 14 :

a- On ne peut pas calculer l'énergie cinétique d'un treuil car la formule du cours n'est valable que pour des solides en mouvement de translation.
b- L'énergie cinétique de l'objet est :
$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (r\,\omega)^2 = 0{,}5 \times 2 \times (10.10^{-2} \times 15{,}7)^2 = 2{,}5\ \text{J}$

p 107 n°15 :

On peut ici résonner avec les ordres de grandeur.
L'énergie cinétique est proportionnelle à la masse et au <u>carré</u> de la vitesse.
La fusée Ariane est environ 10 fois plus légère que la fusée russe mais 10 fois plus rapide, son énergie cinétique sera donc environ $\left(\frac{1}{10}\right) \times 10^2 = 10$ fois plus élevée.
Vérification par le calcul :
$E_{c\ Ariane} = \frac{1}{2} m v^2 = 0{,}5 \times 2{,}1.10^2 \times 10^3 \times \left(\frac{72 \times 10^3}{3600}\right)^2 = 4{,}2.10^7\ \text{J}$
$E_{c\ Energie} = \frac{1}{2} m v^2 = 0{,}5 \times 2{,}0.10^3 \times 10^3 \times \left(\frac{7{,}22 \times 10^3}{3600}\right)^2 = 4{,}0.10^6\ \text{J}$

p 107 n° 16 :

a- Dans le référentiel terrestre, la caisse est immobile donc son énergie cinétique est nulle.
b- Dans le référentiel géocentrique, la caisse bouge à la vitesse de rotation de la terre. Les dimensions du mouvement sont petites devant le rayon terrestre pour une courte durée donc on peut considérer que la caisse est en translation et utiliser la formule du cours.
Rayon de la trajectoire de la caisse à Paris :
$r = R \cos \lambda = 6400 \times \cos 49\,° \approx 4199\ \text{km} \approx 4{,}2.10^6\ \text{m}$

Vitesse angulaire de rotation de la Terre : $\omega=\frac{2\pi}{\tau}=\frac{2\times\pi}{86160}\approx 7{,}29\ \text{rad.s}^{-1}$

Energie cinétique de la caisse dans le référentiel géocentrique :

$$E_{c\,géocentrique}=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m(r\,\omega)^2=0{,}5\times 50\times\left(4{,}2.10^6\times 7{,}29\right)^2=2{,}3.10^{16}\ \text{J}$$

p 107 n° 18 :

Dans tous les cas, la pierre, une fois lancée, n'est soumise qu'à son poids.

D'après le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_c=\sum W(\overrightarrow{F_{ext}})=W(\vec{P})$$

Or le travail du poids est indépendant de la trajectoire suivie donc $\Delta E_c=mgh$

D'autre part : $\Delta E_c=E_{c,f}-E_{c,i}=\frac{1}{2}mv_f^2-\frac{1}{2}mv_i^2$

d'où : $v_f=\sqrt{\frac{2\Delta E_c}{m}+v_i^2}=\sqrt{\frac{2mgh}{m}+v_i^2}=\sqrt{2gh+v_i^2}$

Dans les trois cas, la vitesse de la pierre lorsqu'elle frappe le sol est :

$$v_f=\sqrt{2gh+v_i^2}=\sqrt{2\times 9{,}8\times 2{,}0+5{,}0^2}=20\ \text{m.s}^{-1}$$

Le poids de la pierre à pour effet de modifier la trajectoire de la pierre en la faisant tomber.

p 108 n° 19 :

a- Deux forces s'exercent sur le parachutiste : son poids $\vec{P}$ et la résistance de l'air $\vec{R}$.

D'après le théorème de l'énergie cinétique : $\Delta E_c=\sum W(\overrightarrow{F_{ext}})=W(\vec{P})+W(\vec{R})$

Or : $\Delta E_c=E_{c,f}-E_{c,i}=\frac{1}{2}M\,v^2-\frac{1}{2}M\,v_0^2$

Travail de la résistance de l'air pour un saut d'un hélicoptère en vol stationnaire vaut :

$$W(\vec{R})=\left(\frac{1}{2}M\,v^2-\frac{1}{2}M\,v_0^2\right)-W(\vec{P})=\frac{1}{2}M\,v^2-Mgh=-9{,}8.10^5\ \text{J}$$

b- Travail de la résistance de l'air pour un saut d'un avion volant à 216 km/h :

$$W(\vec{R})=\left(\frac{1}{2}M\,v^2-\frac{1}{2}M\,v_0^2\right)-W(\vec{P})=\left(\frac{1}{2}M\,v^2-\frac{1}{2}M\times\left(\frac{216.10^3}{3600}\right)^2\right)-Mgh=-1{,}2.10^6\ \text{J}$$

p 108 n° 20 :

Deux forces s'exercent sur le camion : son poids $\vec{P}$ et la force de freinage $\vec{F}$.

La route étant horizontale, le poids ne travaille pas.

D'après le théorème de l'énergie cinétique : $\Delta E_c=W(\vec{P})+W(\vec{F})=W(\vec{F})$

Or : $\Delta E_c=E_{c,f}-E_{c,i}=\frac{1}{2}M\,v^2-\frac{1}{2}M\,v_0^2$

Travail de la force de freinage :

$$W(\vec{F})=\frac{1}{2}M\,v^2-\frac{1}{2}M\,v_0^2=-\frac{1}{2}M\,v_0^2=-\frac{1}{2}\times 30.10^3\times\left(\frac{90.10^3}{3600}\right)^2=-9{,}4.10^6\ \text{J}$$

La force de freinage est constante, parallèle à la route et dirigée dans le sens inverse du déplacement d'où : $W(\vec{F})=-F\times d$

Valeur de la force de freinage : $F=-\frac{W(\vec{F})}{d}=18750\ \text{N}$

p 108 n° 21 :

a- Deux forces s'exercent sur la voiture : son poids $\vec{P}$ et la force motrice $\vec{F}$.

La route étant horizontale, le poids ne travaille pas.

D'après le théorème de l'énergie cinétique : $\Delta E_c=W(\vec{P})+W(\vec{F})=W(\vec{F})$

Or : $\Delta E_c=E_{c,f}-E_{c,i}=\frac{1}{2}M\,v^2-\frac{1}{2}M\,v_0^2$

Travail de la force motrice :

$$W(\vec{F})=\frac{1}{2}M\,v^2-\frac{1}{2}M\,v_0^2=\frac{1}{2}M\,v^2=\frac{1}{2}\times 800\times\left(\frac{108.10^3}{3600}\right)^2=3{,}6.10^5\ \text{J}$$

La force motrice est constante, parallèle à la route et dirigée dans le sens du déplacement d'où : $W(\vec{F})=F\times d$

Valeur de la force motrice : $F=\frac{W(\vec{F})}{d}=\frac{3{,}6.10^5}{400}=900\ \text{N}$

b- Puissance développée par le moteur de la voiture lorsque sa vitesse est de 108 km/h :

$$P=\vec{F}\cdot\vec{v}=F\,v=900\times\frac{108.10^3}{3600}=2{,}7.10^4\ \text{W}$$

La puissance n'est pas constante car la vitesse n'est pas constante.

p 108 n° 22 :

On ne considère que deux forces : le poids et la réaction de la piste. Les frottements étant négligés, la réaction de la piste ne travaille pas.

D'après le théorème de l'énergie cinétique : $\Delta E_c=W(\vec{P})+W(\vec{R})=W(\vec{P})$

L'énergie cinétique acquise lors de la descente est « utilisée » lors de la montée.

Lorsque l'enfant s'arrête $\Delta E_c=0$

Donc l'altitude de l'enfant sur la deuxième pente est la même que l'altitude de l'enfant au départ.

$L\sin\alpha=L'\sin\beta$ D'où : $L'=L\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}=58\ \text{m}$

La distance parcourue le long de la deuxième pente est de 58 m.

p 109 n° 24 :

a- sin α = p (on se place dans un triangle rectangle, le côté opposé à 'angle α est la hauteur d'élévation de la route et l'hypoténuse est la distance parcourue sur la route).

b- On se place dans le référentiel terrestre, galiléen, le système étudié est la voiture. Elle est soumise à son poids, la réaction de la route et d'éventuels frottements.

D'après le théorème de l'énergie cinétique : $\Delta E_c=W(\vec{P})+W(\vec{R})+W(\vec{F})$

Entre le départ (v = 108 km/h) et l'arrêt (v = 0 km/h) : $\Delta E_c=-\frac{1}{2}M\,v^2$

La réaction de la route est perpendiculaire au déplacement d'où $W(\vec{R})=0\ \text{J}$

Le travail du poids est résistant : $W(\vec{P})=-Mgh$ avec h la différence d'altitude entre la position initiale et la position finale de la voiture.

Le travail des forces de frottements est résistant $W(\vec{F})=-F\,d$ avec d la distance parcourue entre la position initiale et la position finale de la voiture.

Attention aux unités dans les applications numériques

- Cas sans frottement :

$$\Delta E_c=W(\vec{P}) \quad \text{d'où} \quad -\frac{1}{2}Mv^2=-Mgh \quad \text{donc} \quad h=\frac{1}{2}\frac{v^2}{g}=\frac{1}{2}\frac{\left(\frac{108.10^3}{3600}\right)^2}{9,8}=45,9\,\text{m}$$

Soit une distance parcourue de $d=\frac{h}{\sin\alpha}=\frac{h}{p} = 918\,\text{m}$

- Cas avec frottement :

$$\Delta E_c=W(\vec{P})+W(\vec{F}) \quad \text{d'où} \quad -\frac{1}{2}Mv^2=-Mgh-Fd=-Mgd\sin\alpha-Fd$$

Soit une distance parcourue de :

$$d=\frac{\frac{1}{2}\times Mv^2}{Mg\sin\alpha+F} = \frac{\frac{1}{2}\times800\times\left(\frac{108.10^3}{3600}\right)^2}{800\times9,8\times0,05+150} = 664\,\text{m}$$

c- La réaction de la route a toujours un travail nul, le travail du poids devient moteur et les frottements ont un travail résistant.
Soit v_f la vitesse atteinte après d = 1,0 km de descente

- Cas sans frottement :

$$\Delta E_c=W(\vec{P}) \quad \text{soit} \quad \frac{1}{2}Mv_f^2-\frac{1}{2}Mv^2=Mgh=Mgdp$$

$$v_f=\sqrt{2gdp+v^2} = \sqrt{2\times9,8\times1.10^3\times0,05+\left(\frac{108.10^3}{3600}\right)^2} = 43,4\,\text{m.s}^{-1} = 156 \ \text{km.h}^{-1}$$

La vitesse atteinte au bout de 1 km sans frottement est de 156 km/h.

- Cas avec frottement :

$$\Delta E_c=W(\vec{P})+W(\vec{F}) \quad \text{soit} \quad \frac{1}{2}Mv_f^2-\frac{1}{2}Mv^2=Mgh-Fd=Mgdp-Fd$$

Soit une distance parcourue de :

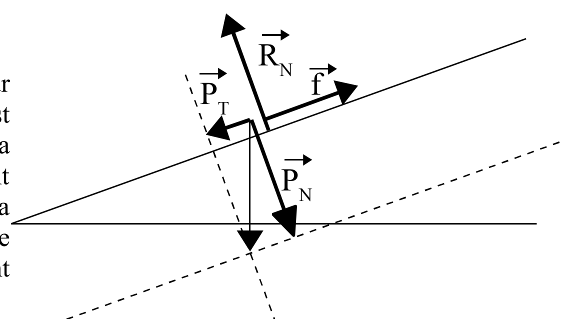
$$v_f=\sqrt{2gdp+v^2-\frac{2Fd}{M}} = \sqrt{2\times9,8\times1.10^3\times0,05+\left(\frac{108.10^3}{3600}\right)^2-\frac{2\times150\times1.10^3}{800}}$$

$$v_f = 38,8\,\text{m.s}^{-1} = 140 \ \text{km.h}^{-1}$$

La vitesse atteinte au bout de 1 km avec frottements est de 140 km/h.

p 109 n° 25 :

a- Le schéma n'est pas à l'échelle.



b- Le système étudié est le skieur dans le référentiel terrestre qui est galiléen, on peut donc appliquer la première loi de Newton en projetant sur l'axe perpendiculaire à la pente (la vitesse du centre d'inertie perpendiculairement à la pente étant constante).

Donc $\vec{R_N}=-\vec{P_N}$ d'où $R_N=P_N$

c- $R_N=P_N=P\cos\alpha$ d'où $f=0,2\,R_N=0,2\,P\cos\alpha=0,2\times800\times\cos20°=150\,\text{N}$

La valeur des frottements est de 150 N.

d- R_N étant perpendiculaire à la piste, elle ne travaille pas.
Les forces qui travaillent sont : les frottements et le poids.
Le travail du poids est moteur : $W(\vec{P})=Mgh$ avec h la différence d'altitude
Le travail des frottements est résistant : $W(\vec{f})=-f\,d$ avec d la distance parcourue
On peut appliquer le théorème de l'énergie cinétique au skieur en mouvement de translation dans le référentiel terrestre galiléen.
Soit v la vitesse atteinte après 500m de descente. La vitesse initiale étant nulle.

- Cas où la résistance de l'air est négligeable :

$$\Delta E_c=W(\vec{P})+W(\vec{f}) \quad \text{donc :} \quad \frac{1}{2}Mv^2=Mgh-fd=Mgd\sin\alpha-fd$$

d'où : $v_f=\sqrt{2gd\sin\alpha-2f\frac{d}{M}} = \sqrt{2gd\sin\alpha-2fd\frac{g}{P}} = 39\,\text{m.s}^{-1}=140 \ \text{km.h}^{-1}$

La vitesse atteinte après 500 m de descente est de 140 km/h.

- Cas où la résistance de l'air est modélisée par la force $\vec{f}\,'$

Le travail de cette force est résistant $W(\vec{f})=-f\,'d$. Cela revient à considérer une force de frottements (piste + air) de 200 N. (on remplace f par 200 N dans le calcul précédent)
d'où $v_f = 30\,\text{m.s}^{-1} = 108 \ \text{km.h}^{-1}$
La vitesse atteinte après 500 m de descente est de 108 km/h.
Rq : Le record du monde au kilomètre lancé (=après 1 km de descente) est de 251,4 km/h.

p 109 n° 26 :

a- Système étudié : l'ascenseur. Référentiel terrestre galiléen.
L'ascenseur subit un mouvement de translation donc on peut utiliser le théorème de l'énergie cinétique.
L'ascenseur est soumis à 2 forces : son poids et la tension du câble.

$$\Delta E_c=W(\vec{P})+W(\vec{T})$$

Sa vitesse initiale est nulle et sa vitesse finale vaut v_1. $\Delta E_c=\frac{1}{2}Mv_1^2$

Le travail du poids est résistant : $W(\vec{P})=-Mgh$ avec h la différence d'altitude.
Le travail de la tension du câble est moteur : $W(\vec{T}_1)=T_1h$

D'où : $\frac{1}{2}Mv_1^2=-Mgh+T_1h$

Tension du câble : $T_1 = \frac{1}{2}\frac{Mv_1^2}{h}+Mg = \frac{1}{2}\frac{500\times1,2^2}{2,5}+500\times10 = 5144\,\text{N} \approx 5200\,\text{N}$

b- La cabine continue sa montée à vitesse constante donc, d'après la première loi de Newton, les forces extérieures se compensent. D'où $T_2=P=Mg = 5000\,\text{N}$

c- On applique à nouveau le théorème de l'énergie cinétique. Seule la variation d'énergie cinétique a changée de signe par rapport au a- donc $-\frac{1}{2}Mv_2^2=-Mgh+T_3h$

Tension du câble : $T_3=-\frac{1}{2}\frac{Mv_2^2}{h}+Mg=-\frac{1}{2}\frac{500\times1,2^2}{2,5}+500\times10= 4856\,\text{N} \approx 4900\,\text{N}$

d- phase 1 : $W(\vec{P})=-Mgh=-12500\,\mathrm{J}$ $W(\vec{T}_1)=T_1 h=12860\,\mathrm{J}$

phase 2 : distance parcourue $h_2=v_2\Delta t=1{,}2\times 20=24\,\mathrm{m}$

$W(\vec{P})=-Mgh_2=-120\,000\,\mathrm{J}$ $W(\vec{T}_2)=T_2 h_2=120000\,\mathrm{J}$

phase 3 : $W(\vec{P})=-Mgh_3=-12\,500\,\mathrm{J}$ $W(\vec{T}_3)=T_3 h_3=12\,140\,\mathrm{J}$

pour le trajet complet, on additionne les travaux de chacune des phases :

$W(\vec{P})=-145\,000\,\mathrm{J}$ $W(\vec{T})=145000\,\mathrm{J}$

$\Delta E_c=\sum\left[W(\vec{P})+W(\vec{T})\right]$ donc le théorème de l'énergie cinétique s'applique pour l'ensemble du mouvement sans qu'on soit obligé de différentier les phases.